

ГЕОМЕТРИЯ ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Иванов А.С., Ермолаев М.М., Чиркин А.В., Синицына Ю.В. (МГТУ
им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия)
Тел.: +7(916)5797862; E-mail: mmermolaev@gmail.com

В работе рассмотрены основные виды планетарно-цевочных передач, приведены соотношения для определения их передаточных чисел. Проведен анализ параметров геометрии планетарно-цевочного зацепления, определены диапазоны изменения параметров планетарно-цевочных передач. Приведен расчет геометрии как эпи- так и гипоциклоидальных передач.

Ключевые слова: планетарно-цевочный редуктор, эпициклоидальная передача, гипоциклоидальная передача.

Abstract: In the article there were analyzed general types of cycloid transmission; formulas for their gear ratios were demonstrated. The analysis of cycloid meshing geometry parameters and ranges of their changing were obtained. The calculation of epicycloid and hypocycloid transmission geometry has been obtained.

Keywords: planetary-lantern gearbox, epicycloid transmission, hypocycloid transmission.

В качестве приводов высокоточных машин все чаще применяют планетарно-цевочные передачи, которые вследствие многопарности зацепления способны обеспечить малый люфт, высокую кинематическую точность, высокую крутильную жесткость и малую относительную массу [1]. В планетарно-цевочных редукторах применяют планетарные передачи видов $k-h-v$, $2k-v$, $2k-h$, а также несоосные планетарные передачи.

Кинематическая схема планетарно-цевочной передачи по схеме $k-h-v$ изображена на рис. 1, а. Передача $k-h-v$ состоит из эксцентрикового вала h , цевочного колеса b , сателлита g , вала v и механизма w , ограничивающего вращение сателлита относительно вала v , однако допускающего их относительное плоскопараллельное движение. В качестве механизма w может быть использован механизм параллельных кривошипов или муфта Ольдгейма. Цевочное колесо представляет собой обойму, в пазы которой вложены круглые ролики – цевки. Профиль сателлитов представляет собой эквидистанту к укороченной эпициклоиде.

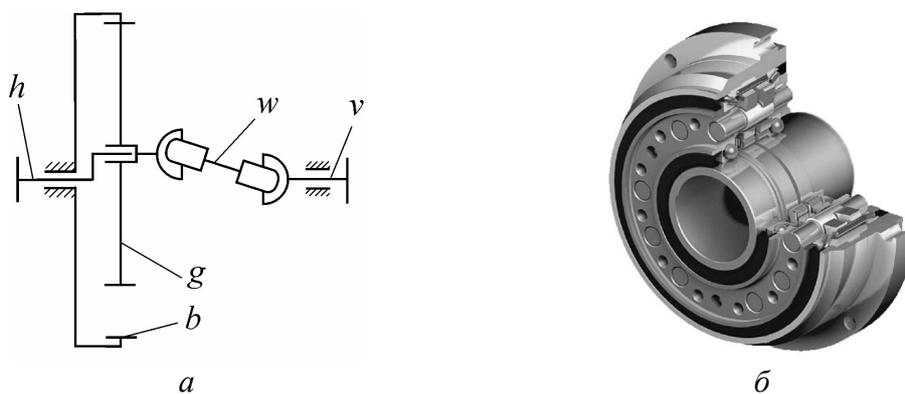


Рис. 1. Редуктор $k-h-v$: а - кинематическая схема, б - конструкция редуктора F2C-C фирмы Sumitomo

Передаточное число i_{khv} редуктора с передачей $k-h-v$ зависит от того, какое звено (b или v) считать выходным валом [2]. В формулах (1) верхний индекс указывает на звено, являющееся корпусом.

$$i_{khv}^{(b)} = -\frac{z_g}{z_b - z_g};$$

$$i_{khv}^{(v)} = \frac{z_b}{z_b - z_g},$$
(1)

где z_g – число зубьев сателлита, z_b – число цевок. Отметим, что если передаточное число отрицательно, то входной и выходной валы редуктора вращаются в разные стороны. Редукторы с передачами $k-h-v$ изготавливаются фирмами *Spinea* (Словакия), *Sumitomo* (Япония) [7], АВВИ (Россия) и др. Внешний вид редуктора фирмы АВВИ приведен на рис. 1, б.

Кинематическая схема планетарно-цевочной передачи по схеме $2k-v$ изображена на рис. 2, а. Передача $2k-v$ состоит из солнечного колеса с эвольвентными зубьями a , зацепляющегося с несколькими сателлитами с эвольвентными зубьями g на эксцентриковых валах h , циклоидальных сателлитов f , зацепляющихся с цевочным колесом b , и водила v . Профиль циклоидальных сателлитов представляет собой эквидистанту к укороченной эпициклоиде. Поскольку эксцентриковых валов несколько, они выполняют функцию механизма параллельных кривошипов.

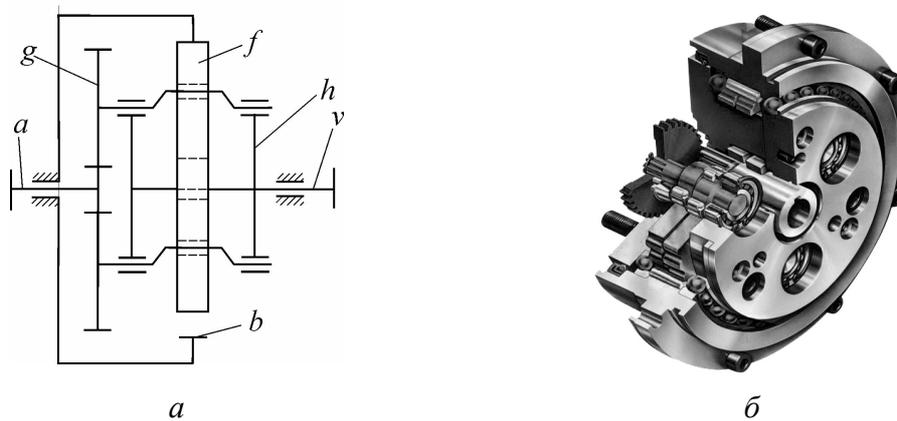


Рис. 2. Редуктор $2k-v$: а - кинематическая схема, б - конструкция редуктора *RV-E* фирмы *Nabtesco*

Передаточное число i_{2kv} редуктора с передачей $2k-v$ зависит от того, какое звено (b или v) считать выходным валом [2]. В формулах (2) верхний индекс указывает на звено, являющееся корпусом.

$$i_{2kv}^{(b)} = 1 + \frac{z_g}{z_a} \frac{z_b}{z_b - z_f};$$

$$i_{2kv}^{(v)} = \frac{z_g}{z_a} \frac{z_b}{z_b - z_f},$$
(2)

где z_g – число зубьев эвольвентного сателлита, z_a – число зубьев солнца, z_f – число зубьев циклоидального сателлита, z_b – число цевок. Редукторы с передачами $2k-v$ изготавливаются фирмами *Sumitomo*, *Nabtesco* (ФРГ) [8] и другими. Внешний вид редуктора фирмы *Nabtesco* приведен на рис. 2, б.

Кинематическая схема планетарно-цевочной передачи по схеме $2k-h$ изображена на рис. 3, а. Передача $2k-h$ состоит из эксцентрикового вала h , на котором установлен сателлит с двумя венцами g и f , профиль которых образован эквидистантой к

укороченной эпициклоиде, которые зацепляются с цевочными колесами a и b , одно из которых соединено с корпусом, а второе является выходным валом.

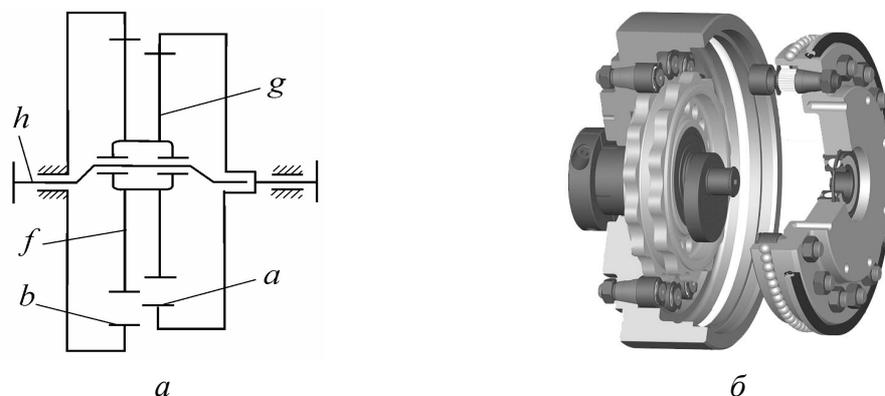


Рис. 3. Редуктор $2k-h$: a - кинематическая схема, $б$ - конструкция редуктора DM фирмы *Onvio*

Передаточное число редуктора i_{2kh} редуктора с передачей $2k-h$ может быть определено по формуле (3) [2].

$$i_{2kh} = \frac{z_f z_a}{z_f z_a - z_b z_g}, \quad (3)$$

где z_b, z_a – числа цевок в подвижной и неподвижной обоймах, z_f, z_g – числа зубьев зацепляющихся с ними сателлитов. Редукторы с передачами $2k-h$ изготавливаются фирмой *Onvio* (США) [9]. Внешний вид редуктора фирмы *Onvio* приведен на рисунке 3, $б$.

Кинематическая схема несоосной планетарно-цевочной передачи приведена на рис. 4, a . Несоосная планетарно-цевочная передача состоит из нескольких эксцентриковых валов h , каждый из которых приводится во вращение отдельным электродвигателем (если количество валов более двух, ведущим достаточно сделать один из них), циклоидальных сателлитов g и цевочного колеса a . Профиль зубьев сателлитов образован эквидистантой к укороченной гипоциклоиде. Отличительной особенностью несоосной планетарной передачи является возможность ее исполнения с полым выходным валом.

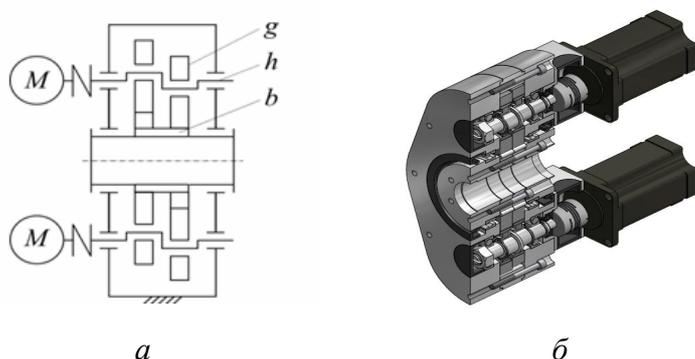


Рис. 4. Несоосный планетарно-цевочный редуктор: a - кинематическая схема, $б$ – конструкция

Передаточное число редуктора с такой передачей может быть определено так же, как $i_{khv}^{(v)}$. Внешний вид редуктора с несоосной планетарно-цевочной передачей приведен на рис. 4, $б$.

Таким образом, планетарно-цевочная передача может быть реализована на базе эпициклоидального и гипоциклоидального зацеплений.

В первом случае профиль сателлита образован эквидистантой к укороченной эпициклоиде [3], а обойма с цевками находится снаружи сателлита; при этом число цевок z_2 , как правило, на единицу больше, чем число зубьев сателлита z_1 . Во втором случае профиль сателлита образован эквидистантой к укороченной гипоциклоиде [3], а обойма с цевками находится внутри сателлита; при этом число цевок z_2 , как правило, на единицу больше, чем число зубьев сателлита z_1 . При числе цевок, на единицу отличающемся от числа зубьев сателлита, передаточное отношение планетарно-цевочной передачи можно считать равным числу цевок, если выходным валом является обойма, или числу зубьев сателлита, если обойма неподвижна.

Геометрия эпициклоидальных зацеплений широко описана в литературе [5, 6]; в данной работе приведены обобщенные соотношения для обоих типов зацепления (как эпи- так и гипоциклоидального). Далее тип зацепления определяется параметром s , который принимает значение 1 для гипоциклоидального зацепления и -1 для эпициклоидального зацепления. Таким образом, $z_1 = z_2 + s$. Из технологических соображений число цевок z_2 целесообразно делать четным, поэтому на сателлите будет нечетное число зубьев z_1 .

Размеры планетарно-цевочной передачи определяются делительным диаметром d_2 обоймы – диаметром, на котором расположены цевки. Отношение делительного диаметра обоймы к числу цевок называется модулем передачи $m = d_2/z_2$ [5]. Расстояние e между центрами сателлита и обоймы называется эксцентриситетом.

Дальнейшие расчеты будут происходить в системе координат, связанной с сателлитом, т.е. сателлит будем считать неподвижным, а обойму с цевками – совершающей планетарное движение вокруг центра сателлита. В такой системе координат центры цевок перемещаются по укороченной трохоиде (обобщенное название эпи- и гипоциклоиды).

Параметром, характеризующим высоту «волны» трохоиды является коэффициент укорочения $\lambda = 2e \cdot z_2/d_2 = 2e/m$. Коэффициент укорочения трохоиды может принимать значения от 0 (когда трохоида вырождается в окружность) до 1 (при $\lambda = 1$ трохоида не считается укороченной); при $\lambda > 1$ трохоида называется удлинённой и пересекает сама себя, что не представляет интерес для формирования профиля сателлита. Иногда [6] вместо коэффициента укорочения в качестве параметра трохоиды используют коэффициент смещения исходного контура $x = 1 - \lambda$.

Форма трохоиды, на которой находятся центры цевок (см. рис. 5), может быть определена радиус-вектором $C(t)$ ¹, где t – свободный параметр, принимающий значения от 0 до 2π . Координаты радиус-вектора C определяются уравнениями (4) [3].

$$\begin{aligned} C_x(t) &= \frac{d_2}{2} \left[\sin(t) - \frac{\lambda}{z_2} \sin(z_2 t) \right]; \\ C_y(t) &= \frac{d_2}{2} \left[\cos(t) + s \frac{\lambda}{z_2} \cos(z_2 t) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Координаты центров цевок определяются как $C_i = C(2\pi \cdot i/z_2 + \alpha)$, где $i = 0..(z_2 - 1)$ – номер цевки, α – угол поворота эксцентрикового вала от вертикальной оси (в дальнейшем будем полагать $\alpha = 0$).

¹ Здесь и далее жирным шрифтом обозначены векторные величины

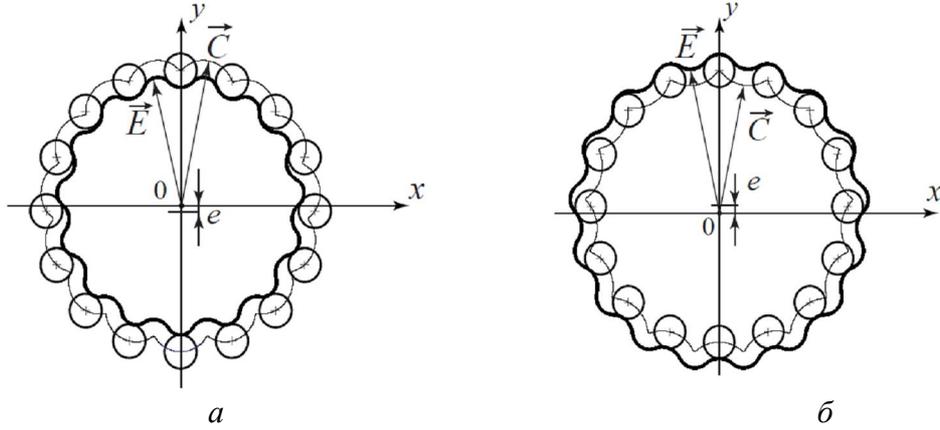


Рис. 5. Эпициклоидальное (а) и гипоциклоидальное (б) зацепление

При выводе дальнейших соотношений потребуется знать радиус кривизны трохойды в каждой ее точке. Радиус кривизны кривой определяется соотношением:

$$R_C(t) = \left[\left(\frac{\partial C_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial C_y}{\partial t} \right)^2 \right]^{3/2} \left[\frac{\partial^2 C_x}{\partial t^2} \frac{\partial C_y}{\partial t} - \frac{\partial^2 C_y}{\partial t^2} \frac{\partial C_x}{\partial t} \right]. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5) и вычисляя частные производные, после ряда преобразований получим:

$$R_C(t) = \frac{d_2}{2} \frac{(1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(z_1 t))^{3/2}}{1 - s z_2 \lambda^2 + \lambda(s z_2 - 1) \cos(z_1 t)}. \quad (6)$$

Если при увеличении параметра t трохойда огибает центр своей кривизны по часовой стрелке, то $R_C > 0$, если трохойда огибает центр кривизны против часовой стрелки, то $R_C < 0$.

Поскольку цевки касаются сателлита, профиль сателлита должен быть образован эквидистантой к трохойде (4), сдвинутой относительно нее на половину диаметра цевки d_p (см. рис. 1). Таким образом, профиль сателлита может быть задан радиус-вектором $\mathbf{E}(t)$, определяемым соотношением (7).

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{C}(t) + \frac{d_p}{2} \mathbf{N}(t), \quad (7)$$

где $\mathbf{N}(t)$ – единичный вектор нормали к трохойде (1). Координаты точек касания цевок с сателлитом определяются как $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}(2\pi \cdot i / z_2 + \alpha)$, где $i = 0 \dots (z_2 - 1)$ – номер цевки. Отметим, что при использовании формулы (7) при $t = 0$ и на гипоциклоиде, и на эпициклоиде будет впадина.

Поворачивая на 90° вектор касательной к трохойде и нормируя его, получим:

$$\begin{aligned} N_x(t) &= -s \frac{\partial C_y}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial C_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial C_y}{\partial t} \right)^2 \right]^{-1/2}; \\ N_y(t) &= s \frac{\partial C_x}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial C_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial C_y}{\partial t} \right)^2 \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Параметр s , определяющий тип трохойды, входит в формулы (8) для того, чтобы нормаль была направлена в тело сателлита (внутри для эпициклоиды, наружу – для

гипоциклоиды). Подставляя (4) в (8) и вычисляя частные производные, после ряда преобразований, получим:

$$\begin{aligned} N_x(t) &= \frac{s \sin(t) + \lambda \sin(z_2 t)}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(z_1 t)}}; \\ N_y(t) &= \frac{s \cos(t) - s\lambda \sin(z_2 t)}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(z_1 t)}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Нормали к профилю спутника в точках его контакта с цевками определяются как $N_i = N(2\pi \cdot i/z_2 + \alpha)$, где $i = 0 \dots (z_2 - 1)$ – номер цевки; отметим, что нормали к трохойде и к ее эквидистанте при одинаковом значении параметра t совпадают.

Радиус кривизны профиля спутника можно определить по формуле:

$$R_E(t) = R_C(t) + s \frac{d_p}{2}. \quad (10)$$

На зубьях гипоциклоидального спутника и во впадинах эпициклоидального спутника радиус кривизны трохойды R_E принимает отрицательные значения.

При проектировании планетарно-цевочной передачи бывает полезно знать некоторые характерные параметры геометрии спутника. Диаметры вершин d_a и впадин d_f спутника можно получить, подставляя в формулу (7) значения параметра $t = 0$ и $t = \pi/z_1$.

$$\begin{aligned} d_a &= d_2 + s(d_p - 2e); \\ d_f &= d_2 + s(d_p + 2e). \end{aligned} \quad (11)$$

Как видно из формул (11), высота зуба спутника составляет $2e$. Радиусы кривизны вершин r_a и впадин спутника r_f можно получить, подставляя в формулу (10) значения параметра $t = 0$ и $t = \pi/z_1$. Для того, чтобы значения r_a и r_f были положительными, результат вычисления по формуле (10) необходимо умножить на s для вершин и на $-s$ для впадин. С учетом этой поправки, получим:

$$\begin{aligned} r_a &= \frac{d_2 (1 + \lambda)^2}{2 z_2 \lambda - s} - \frac{d_p}{2}; \\ r_f &= \frac{d_2 (1 - \lambda)^2}{2 z_2 \lambda + s} + \frac{d_p}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы цевки не выпадали из обоймы, как правило, диаметр D отверстия в обойме эпициклоидальной передачи делают меньше, чем делительный диаметр обоймы (для гипоциклоидальной передачи наружный диаметр D обоймы делают большим, чем делительный диаметр передачи). Это накладывает ограничения на коэффициент укорочения трохойды: при слишком большом коэффициенте укорочения вершины зубьев будут задевать обойму между цевками. Задаваясь диаметральным зазором Δ_D между обоймой и спутником (определяемым из соображений точности изготовления передачи и тепловых деформаций спутника во время работы), условие отсутствия интерференции в передаче можно записать в виде (13).

$$s d_a \geq s D + \Delta_D + 2e. \quad (13)$$

Слагаемое $2e$ в соотношении (13) учитывает, что центр сателлита сдвинут относительно обоймы на величину эксцентриситета. Подставляя $2e = \lambda d_2/z_2$ в (11, 13), получим верхний предел коэффициента укорочения λ_{\max} .

$$\lambda_{\max} = \frac{z_2}{2d_2} [d_p + s(d_2 - D) - \Delta_D] \quad (14)$$

Выводы:

1. Современные планетарно-цевочные редукторы изготавливаются по схемам $k-h-v$, $2k-v$, $2k-h$, а также по несоосной схеме. При этом зацепление может быть эпициклоидальным и гипоциклоидальным. Передаточные числа планетарно-цевочных редукторов, изготовленных по различным схемам, определяются по формулам (1-3).

2. Если число зубьев сателлита отличается от числа цевок на единицу (что справедливо для большинства современных редукторов), то геометрия планетарно-цевочной передачи в плоскости зацепления определяется четырьмя числами: делительным диаметром обоймы d_2 , числом цевок z_2 , коэффициентом укорочения λ и диаметром цевки d_p , а также типом профиля: эпициклоидальным или гипоциклоидальным. При этом рабочий профиль сателлита соответствует уравнениям (4, 7, 9).

3. Через параметры d_2 , z_2 , λ могут быть выражены остальные параметры зацепления: модуль $m = d_2/z_2$, эксцентриситет $e = 0,5\lambda d_2/z_2$, коэффициент смещения исходного профиля $x = 1 - \lambda$.

4. Радиус кривизны рабочего профиля сателлита определяется уравнениями (6, 10). Радиус кривизны вершин r_a и впадин r_f сателлита можно определить по формулам (12).

5. Диаметры вершин d_a и впадин d_f могут быть определены по формуле (11). Высота зуба сателлита равна двум эксцентриситетам.

6. Для недопущения пересечения сателлита с обоймой, коэффициент укорочения не должен превышать значения λ_{\max} , определяемого по формуле (14).

Список литературы: 1. Конструктивные исполнения планетарно-цевочных редукторов для высокоточных следящих приводов / А.С. Иванов [и др.] // Вестник машиностроения. 2013, №3. С. 9-11. 2. Кинематический анализ планетарно-цевочных механизмов / А.С. Иванов [и др.] // Вестник машиностроения. 2012, №8. С. 22-25. 3. Профили зубьев зубчатых колес / А.С. Иванов [и др.] // Вестник машиностроения. 2014, №12. С. 9-12. 4. Фомин М.В. Планетарно-цевочные передачи. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 62 с. 5. Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецепной зацеплением. – М.: Машгиз, 1948. – 172 с. 6. B. Borislavov, I. Borisov, V. Panchev. Design of a Planetary-Cyclo-Drive Speed Reducer. Sweden: Linnaeus University. 2012. 90 p. 7. Sumitomo [Электронный ресурс]: Sumitomo Drive Technologies: Motion Control Drives, Sumitomo Heavy Industries Ltd., Shinagawa-ku, Tokyo, 2003. URL: <http://www.sumitomodriveeurope.com> (дата обращения: 29.04.2015). 8. Nabtesco [Электронный ресурс]: High Performance Motion Control: Nabtesco Motion Control, Inc. USA, MI Farmington Hills, 2003. URL: <http://www.nabtescomotioncontrol.com> (дата обращения: 30.04.2015). 9. Onvio [Электронный ресурс]: Zero Backlash Speed Reducers, USA, Salem, NH. 2005. URL: <http://www.onviollc.com> (дата обращения: 30.04.2015).